УДК 639.1.053(470.44)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗИМНЕГО МАРШРУТНОГО УЧЕТА: ПРОВЕРКА НА ФАЛЬСИФИЦИРУЕМОСТЬ

И. А. Кондратенков

Саратовский филиал Института проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова РАН Россия, 410028, Саратов, Рабочая, 24 E-mail: kondri60@mail.ru

Поступила в редакцию 22.12.2018 г., после доработки 28.04.2019 г., принята 15.05.2019 г.

Кондраменков И. А. Математическая модель зимнего маршрутного учета: проверка на фальсифицируемость // Поволжский экологический журнал. 2019. № 4. С. 432 - 444. DOI: https://doi.org/10.35885/1684-7318-2019-4-432-444

В ходе модельного эксперимента была предпринята попытка фальсифицировать (опровергнуть) вытекающее из математического обоснования зимнего маршрутного учета охотничьих животных (ЗМУ) следствие о равенстве значения математического ожидания коэффициента пропорциональности этого учета – величине $\pi/2$. Моделирование осуществлялось в программе MapInfo, суть эксперимента заключалась в следующем: в различных местах модельной территории, представлявшей собой круг диаметром 5 км, размещались треки суточных наследов зверей. Далее на модельную территорию наносилась сеть параллельных маршрутов, ориентированных по 12 равносмещенным относительно друг друга направлениям. Частота маршрутной сетки (расстояния между параллельными маршрутами) для различных наследов подбиралась таким образом, чтобы суммарное число всех пересечений отдельного наследа по всем направлениям было не меньше тысячи. Всего было использовано 19 электронных треков суточных наследов различных видов зверей. Было получено 95 различных фактических значений коэффициента пропорциональности для различных местоположений наследов на модельной территории, нарушений выше указанного следствия установлено не было. Результаты эксперимента позволили сформулировать следствие, вытекающее из фундаментальных свойств евклидовой геометрии о прямо пропорциональной зависимости числа пересечений между линиями суточных наследов зверей и линиями маршрутов произведению суммарных длин указанных линий. Математическое обоснование ЗМУ в очередной раз прошло имитационную проверку, уже с использованием средств географических информационных систем и данных спутниковых навигаторов. Никаких оснований в настоящее время для отказа от практического использования зимнего маршрутного учета охотничьих животных нет. Все возможные несоответствия оценок численности охотничьих животных, определенных методом ЗМУ, с их фактическими значениями следует относить к недостаткам в непосредственной организации проведения этого учета, а не к его математическому обоснованию.

Ключевые слова: зимний маршрутный учет, коэффициент пропорциональности, суточный ход зверя, суточный наслед, следовые линии.

DOI: https://doi.org/10.35885/1684-7318-2019-4-432-444

ВВЕДЕНИЕ

После утверждения приказом Минприроды России в 2012 г. новой методики зимнего маршрутного учета охотничьих животных в научной и периодической охот-

ничьей литературе разгорелась бурная дискуссия о применимости данной методики для малых территорий, под которыми чаще всего понимались территории отдельных охотничьих хозяйств, групп охотничьих хозяйств или сравнимые с ними по площади территории. В ходе дискуссии подверглись критике не только указанная методика, но и само математическое обоснование зимнего маршрутного учета (ЗМУ). Основная суть претензий следующая: математическая модель ЗМУ основана на предположении о случайном или пуассоновском характере размещения охотничьих животных на исследуемой территории, а на самом деле это не так (Наумов, 2014, 2015; Цындыжапова, Кожечкин, 2015).

И действительно, пространственное распределение охотничьих животных на местности может быть не пуассоновским. Однако это еще не дает оснований сомневаться в самом методе учета. Сомнения должны быть подтверждены результатами соответствующих экспериментов. Как утверждал К. Поппер (1983), только эксперимент может быть положен в основу научного метода изучения природы. Кратко его взгляды на эту тему можно выразить следующими словами.

Из любой научной теории методами формальной логики можно определить возможность или невозможность возникновения при некоторых начальных условиях некоторых событий или физических эффектов, которые могут быть проверены экспериментально любым исследователем. Если в ходе эксперимента возникают события, запрещенные проверяемой теорией, то эта теория или некоторые начальные посылки, на основе которых была определена эта теория, фальсифицируются или признаются ложными. Если в ходе эксперимента запрещенных событий не возникло, то теория считается эмпирически подтвержденной. Эмпирическое подтверждение теории не означает подтверждения ее истинности, так как в дальнейшем всегда могут возникнуть новые условия, приводящие к фальсификации теории. Однако пока такие условия не возникли, теория без ограничений может применяться на практике. Принципиальная невозможность доказать истинность любой научной теории требует, чтобы экспериментальная проверка следствий теории обязательно повторялась при возникновении новых условий ее применения, развития и совершенствования приборов наблюдения и при других подобных изменениях в ходе развития человеческого общества. При этом любой эксперимент следует рассматривать как попытку фальсифицирования или опровержения проверяемой теории или гипотезы.

Что касается математической модели зимнего маршрутного учета — безусловно, это научная теория, математически обоснованная (Челинцев, 1983, 2000), неоднократно подтвержденная ранее в ходе модельных экспериментов различными исследователями (Приклонский, 1965; Кузякин, 1983, 2017).

Суть проводимых ранее экспериментов заключалась в следующем: на некоторой модельной территории различными способами располагались некоторое количество линий суточных наследов и учетных маршрутов, затем по числу их пересечений проверялось соответствие оценки численности животных по формуле ЗМУ реальному числу суточных наследов. В ходе описанных выше проверок ни разу не было выявлено значимых различий между сравниваемыми величинами. Однако все эти проверки проводились в 60-х и 70-х гг. прошлого столетия. Под рукой у

экспериментаторов были миллиметровая бумага, калька, карандаш, линейка, циркуль и транспортир. Длина и форма суточного наследа определялись посредством шагов учетчика и компаса. С тех пор развитие средств наблюдения и обработки данных шагнуло далеко вперед, появились спутниковые навигаторы и географические информационные системы (ГИС). Возникла необходимость провести проверку теории ЗМУ на новом качественном уровне, чему и посвящена настоящая статья.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Проверка проводилась методом моделирования учета на персональном компьютере в программе MapInfo. Для составления модели были выбраны электронные треки всех суточных наследов зверей, вытропленных с использованием спутникового навигатора на территории Саратовской области в период с 2010 по 2012 г. Всего таким способом было вытроплено 19 суточных наследов: шесть наследов лося (Alces alces Linnaeus, 1758), один наслед оленя пятнистого (Cervus nippon Temminck, 1838), пять наследов косули сибирской (Capreolus pygargus Pallas, 1771), два наследа кабана (Sus scrofa Linnaeus, 1758), два наследа зайца-русака (Lepus europaeus Pallas, 1778), два наследа лисицы обыкновенной (Vulpes vulpes

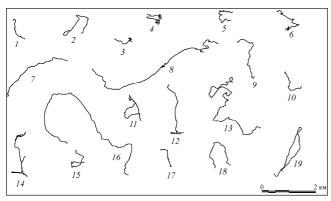


Рис. 1. Суточные наследы: 3, 6, 7, 9, 10, 16 – Alces alces; 17 – Cervus nippon; 1, 2, 4, 5, 11 – Capreolus pygargus; 18, 19 – Sus scrofa; 12, 14 – Lepus europaeus; 8, 13 – Vulpes vulpes; 15 – Martes martes

Linnaeus, 1758) и один наслед куницы лесной (*Martes martes* Linnaeus, 1758).Треки всех вытропленных суточных наследов указанных зверей в одном масштабе представлены на рис. 1.

В ходе эксперимента была предпринята попытка проверить следующее следствие, вытекающее из теории зимнего маршрутного учета. При обеспечении равновероятного пересечения учетным маршрутом

суточного наследа в любом его месте под любым углом в диапазоне от 0 до 2π , что является начальными условиями реализации математической модели ЗМУ, математическое ожидание коэффициента пропорциональности k, определяемого в общем случае по формуле (Кондратенков, 2018), будет равно $\pi/2$, при этом вид зверя, оставившего наслед, а также форма самого наследа не имеют никакого значения:

$$k = \frac{LB}{Qx}, \qquad L = \sum_{i} l_{i}, \qquad B = \sum_{j} b_{j}, \tag{1}$$

где L — общая протяженность расположенных на исследуемой территории всех суточных наследов, оставленных учитываемыми зверями на исследуемой территории за весь период учетных работ; B — общая протяженность всех проложенных на

исследуемой территории учетных маршрутов за это же время; Q – площадь исследуемой территории; x – число всех пересечений маршрутов с суточными наследами; l_i – длина i-того суточного наследа; b_j – длина j-того учетного маршрута.

В ходе предыдущего модельного эксперимента нами (Кондратенков, 2018) было установлено, что фактические значения коэффициентов пропорциональности для различных суточных наследов лосей отличались от значения $\pi/2$. Однако это обусловлено тем, что конкретно в рамках той модели не было обеспечено выполнение всех начальных условий, рассмотренных выше. За счет вращения сети учетных маршрутов обеспечивалась равновероятность пересечения наследа под любым углом, но при этом не обеспечивалась равновероятность пересечения наследа в любом его месте, так как сами наследы были закреплены на модельной территории и не перемещались. Для обеспечения начальных условий математической модели ЗМУ необходимо наряду с вращением сети учетных маршрутов перемещать суточные наследы по модельной территории, т.е. необходимо обеспечить три степени свободы расположения маршрутов и наследов относительно друг друга. Что и было сделано в настоящем исследовании.

Суть эксперимента заключалась в следующем: на модельной территории, представлявшей собой круг диаметром 5 км, размещался трек суточного наследа зверя. Вначале трек размещался в центре модельной территории, затем его местоположение смещалось относительно центра в следующем порядке: вверх влево, вверх вправо, вниз влево и вниз вправо (рис. 2).

Далее, на модельную территорию с расположенным на ней суточным наследом наносилась сеть параллельных маршрутов, сначала в вертикальном направлении, затем сеть поворачивалась по часовой стрелке на 15 градусов одинадцать раз. Таким образом, обеспечивалось пересечение каждого суточного наследа сетью маршрутов по двенадцати равносмещенным относительно друг друга направлениям. Частота маршрутной сетки (расстояния между параллельными маршрутами) для каждого наследа подбиралась таким образом, чтобы суммарное число всех пересечений его по всем направлениям было не меньше тысячи для каждого его местоположения.

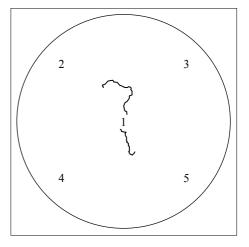


Рис. 2. Схема очередности расположения суточного наследа на модельной территории

Предполагалось, что условия обита- суточного наследа на модельной территории ния животных в пределах модельной территории однородны, а все суточные наследы оставлены одиночными животными. Число пересечений между линиями маршрутов и наследов определялось соответствующим инструментарием программы MapInfo.

Каждое конкретное значение коэффициента пропорциональности, полученное в ходе эксперимента, рассматривалось как реализация значений некоторой случайной величины. Более одной тысячи пересечений маршрутами каждого наследа для каждого его местоположения дают основания предполагать, что распределение значений коэффициентов будет нормальным, имеющим математическое ожидание, равное $\pi/2$, и стандартное отклонение σ . В этом случае нарушением следствий математической модели ЗМУ можно считать следующие события:

- если разница между хотя бы одним из фактических значений коэффициента пропорциональности и его математическим ожиданием будет больше 3σ ;
- если хотя бы одно из средних значений коэффициента, рассчитанных или для всех местоположений одного наследа, или для всех наследов одного местоположения, или в целом для всех наследов и всех их местоположений, будет значимо (p < 0.01) отличаться от величины $\pi/2$.

Статистический анализ полученных результатов проводился при помощи программ Exsel и Statistica.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Всего по пяти местоположениям на модельной территории девятнадцати суточных наследов было получено 95 фактических значений коэффициента пропорциональности ЗМУ (таблица). Среднее значение коэффициента в целом для всех наследов и всех их местоположений составило 1.572, что всего на одну тысячную отличается от его математического ожидания — 1.571. Оценка стандартного отклонения составила 0.012, коэффициента асимметрии — 0.212. Несмотря на очень большое число достигнутых в ходе эксперимента пересечений, от 1023 до 1958 для различных наследов, некоторая асимметрия в распределении значений коэффициента пропорциональности сохранилась (рис. 3), однако она не существенна.

В результате проведенного эксперимента было установлено, что среди полученных фактических значений коэффициента пропорциональности ни одно не отклоняется от своего математического ожидания на величину, большую 3σ . Также не было установлено ни одного случая значимого (p < 0.01) отличия вышеуказанных средних значений коэффициента от величины $\pi/2$.

Таким образом, математическое обоснование ЗМУ в ходе проведенного эксперимента опровергнуть не удалось. Что и следовало ожидать, так как математическое обоснование ЗМУ основано на фундаментальных свойствах евклидовой геометрии, которое для нашего случая можно изложить следующим образом.

При случайном расположении суточных наследов и учетных маршрутов относительно друг друга на исследуемой территории число пересечений между ними прямо пропорционально произведению их суммарных длин и обратно пропорционально площади исследуемой территории:

$$x = \omega \frac{LB}{O},\tag{2}$$

где ω – коэффициент пропорциональности.

Фактические значения коэффициентов пропорциональности ЗМУ, рассчитанные для различных суточных наследов зверей

ппи	пазпичном	их	расположении	на	молепьнои	теппитопии

	Порядко- вый номер наследа*		Местоположение наследа относительно					В среднем по всем место-
Вид зверя		Длина наследа, км	центра модельной территории					
вид звери			по	сверху	сверху	снизу	снизу	положениям
			центру	слева	справа	слева	справа	
Cervus nippon	17	1.06	1.592	1.597	1.580	1.565	1.577	1.582
Capreolus pygargus	1	1.11	1.583	1.558	1.550	1.574	1.583	1.570
Alces alces	10	1.44	1.560	1.568	1.580	1.582	1.589	1.576
Alces alces	3	1.50	1.600	1.578	1.568	1.570	1.591	1.581
Capreolus pygargus	5	1.84	1.575	1.570	1.569	1.582	1.547	1.569
Martes martes	15	1.89	1.564	1.554	1.572	1.566	1.560	1.563
Sus scrofa	18	2.44	1.570	1.582	1.565	1.571	1.567	1.571
Alces alces	9	2.47	1.580	1.581	1.579	1.573	1.569	1.576
Capreolus pygargus	2	2.52	1.573	1.576	1.588	1.564	1.570	1.574
Capreolus pygargus	4	2.55	1.575	1.594	1.572	1.572	1.602	1.583
Alces alces	6	3.05	1.557	1.557	1.582	1.556	1.576	1.566
Capreolus pygargus	11	3.13	1.566	1.588	1.565	1.564	1.580	1.573
Alces alces	7	3.24	1.555	1.580	1.551	1.574	1.560	1.564
Lepus europaeus	12	3.28	1.564	1.575	1.571	1.553	1.570	1.567
Sus scrofa	19	4.36	1.567	1.558	1.577	1.550	1.566	1.564
Lepus europaeus	14	4.92	1.556	1.568	1.565	1.576	1.576	1.568
Vulpes vulpes	13	7.45	1.558	1.590	1.567	1.569	1.582	1.573
Vulpes vulpes	8	7.83	1.555	1.598	1.554	1.577	1.583	1.573
Alces alces	16	7.95	1.574	1.579	1.579	1.581	1.564	1.575
В среднем по всем н	_	1.570	1.576	1.570	1.569	1.574	1.572	

Примечание. * – номер наследа, обозначения см. рис. 1.

Формы линий суточных наследов и маршрутов могут быть любыми, прямыми отрезками, ломанными или гладкими кривыми линиями, при этом как минимум одна из сетей названных линейных объектов должна полностью заполнять исследуемую территорию.

Вышеперечисленным условиям целиком соответствует задача Бюффона, из решения которой следует, что математическое ожидание коэффициента пропорциональности ω равно $2/\pi$.

Следует отметить, что зависимость, указанная в

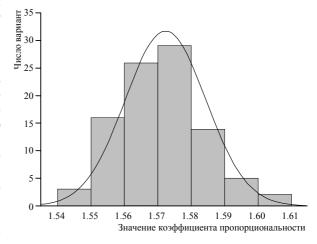


Рис. 3. Гистограмма распределения фактических значений коэффициента пропорциональности и кривая нормального распределения с параметрами a=1.572 и $\sigma=0.012$

выражении (2), является вероятностной, а не функциональной. То есть любая из указанных в этом равенстве пяти переменных, будучи неизвестной, является случайной величиной. Функциональной данная зависимость будет только для математических ожиданий неизвестных величин.

Таким образом, при реализации метода 3MY на практике необходимо обеспечить условие случайного размещения суточных наследов и учетных маршрутов относительно друг друга на исследуемой территории, что автоматически обеспечит равновероятность пересечения наследа маршрутом в любом его месте и в любом направлении в диапазоне от 0 до 2π .

Так как многие виды животных передвигаются на местности независимо от сети проложенных маршрутов, то для выполнения начальных условий проведения ЗМУ необходимо и достаточно расположить учетные маршруты на исследуемой территории или случайно, или равномерно как по местоположению, так и по ориентации в пространстве. Достаточной будет ориентация маршрутов по трем равносмещенным относительно друг друга направлениям (Кондратенков, 2018). При этом фактическое пространственное размещение наследов зверей может быть любым, необязательно пуассоновским. Таким образом, требование о размещении случайным образом на исследуемой территории суточных наследов, положенное в основу математического обоснования формулы ЗМУ (Челинцев, 1983, 2000), не является обязательным условием для корректного использования этой формулы на практике.

Замену в формуле ЗМУ фактического значения коэффициента пропорциональности k на значение его математического ожидания $\pi/2$ можно рассматривать как замену частной средней, определенной на части генеральной совокупности, общей средней, определенной на всей генеральной совокупности случайных величин. Ранее нами (Кондратенков, 2017) было показано, что указанная замена будет эффективна, если математические ожидания частной и общей средних будут достаточно близки друг к другу. Из математического обоснования ЗМУ следует, что при соблюдении вышеуказанных начальных условий математическое ожидание значения коэффициента пропорциональности, определенного на любой достаточно большой выборке пересечений наследов маршрутами, будет равно его математическому ожиданию для всей генеральной совокупности возможных пересечений. Следовательно, замена выборочного значения коэффициента пропорциональности, в этом случае его математическим ожиданием, будет всегда эффективной.

Однако если начальные условия не будут соблюдены, то возможно появление систематических ошибок смещения в определении значения коэффициента пропорциональности, что, в свою очередь, может привести к завышению или занижению окончательных оценок численности учитываемых зверей.

Обеспечение равной вероятности пересечения суточного наследа учетным маршрутом в любом его месте и в любом направлении должно приводить, на первый взгляд, к парадоксальной ситуации, к неравновероятности пересечения маршрутом прямолинейных отрезков, на которые можно разбить суточный наслед. Это следует из случайного характера размещения наследа и пересекающего его маршрута относительно друг друга.

Разделить суточный наслед на прямолинейные отрезки можно по-разному. На наш взгляд, наиболее предпочтительным будет разбиение наследа на минимально возможное число прямолинейных отрезков, о чем более подробно было изложено ранее (Кондратенков, 2018). Упоминание о прямолинейном отрезке суточного наследа в настоящей статье связано лишь с определением эффективной ширины учетной полосы маршрута ЗМУ, которое будет рассмотрено далее.

Итак, при случайном расположении наследа и пересекающего его маршрута относительно друг друга вероятность пересечения прямолинейного отрезка маршрутом будет прямо пропорциональна его проекции на перпендикуляр, проведенный к этому маршруту. В этом случае математическое ожидание длины прямолинейного отрезка, пересекаемого учетным маршрутом, будет равно

$$M(c_{ij}) = M\left(\frac{\sum_{j} \sum_{i} c_{ij}^{2} \sin \beta_{ij}}{\sum_{i} \sum_{i} c_{ij} \sin \beta_{ij}}\right) = \frac{\overline{c^{2}}}{\overline{c}},$$
(3)

где M — знак математического ожидания, c_{ij} — длина i-того прямолинейного отрезка j-того суточного наследа; β_{ij} — значение угла, под которым маршрут пересекает i-тый прямолинейный отрезок j-того суточного наследа; c и c — средняя длина и средний квадрат длины всех прямолинейных отрезков всех суточных наследов, оставленных учитываемыми зверями на исследуемой территории за весь период учетных работ.

А математическое ожидание проекции длины прямолинейного отрезка, пересекаемого учетным маршрутом, на перпендикуляр, проведенный к этому маршруту, будет равно

$$M(a_{ij}) = M\left(\frac{\sum_{j} \sum_{i} (c_{ij} \sin \beta_{ij})^{2}}{\sum_{j} \sum_{i} c_{ij} \sin \beta_{ij}}\right) = \frac{\pi \overline{c^{2}}}{4\overline{c}},$$
 (4)

где a_{ij} — длина проекции i-того прямолинейного отрезка j-того суточного наследа на перпендикуляр, проведенный к пересекающему его маршруту.

То что такая избирательность имеет место, было показано нами в ходе проведения предыдущего эксперимента (Кондратенков, 2018). Там же было отмечено, что для процесса определения протяженности следовых линий зверей в пределах учетной ленты определенной ширины собственно ЗМУ и заменяет собой этот процесс, указанная избирательность приводит к некоторому занижению значения коэффициента пропорциональности. Однако это компенсируется тем, что в пределах полосы оказываются другие прямолинейные отрезки следовых линий, не пересекаемые центральной осью ленты, и их следует учитывать при определении значения коэффициента пропорциональности для ленточного учета. Оставался открытым вопрос: будет ли такая компенсация полной, без недостатка или избытка, или нет?

Другими словами: при случайном или равномерном размещении учетных лент на исследуемой территории, как по местоположению, так и по ориентации в пространстве, будет ли математическое ожидание значения отношения суммарной протяженности следовых линий в пределах учетной ленты, приходящихся на одно

пересечение центральной осью ленты этих следовых линий, к ширине учетной ленты, равным $\pi/2$?

Под следовой линией в настоящей статье подразумевается неразрывный участок суточного наследа, ограниченный учетной лентой некоторой ширины, осью которой является учетный маршрут. Отдельные следовые линии, отсекаемые учетной лентой, могут принадлежать как одному и тому же, так и различным суточным наследам зверей.

По результатам настоящего эксперимента можно утверждать, что, как минимум, для одной ленты, шириной, равной математическому ожиданию проекции длины прямолинейного отрезка, пересекаемого центральной осью этой полосы, на перпендикуляр, проведенный к этой оси, значение математического ожидания указанного выше соотношения должно равняться $\pi/2$. По нашему мнению, именно величину, указанную в выражении (4), должно считать эффективной шириной учетной полосы маршрута ЗМУ.

Отсюда следует, что несмещенной оценкой эффективной ширины учетной полосы маршрута ЗМУ по выборочным данным будет среднее значение из длин проекций всех пересеченных учетными маршрутами прямолинейных отрезков:

$$\frac{\overline{a}}{a} = \frac{\sum_{i=1}^{x} a_i}{x}, \qquad a_i = c_i \sin \beta_i, \tag{5}$$

где x — число всех пересечений маршрутами суточных наследов зверей или число пересеченных следов; c_i — длина i-того прямолинейного отрезка суточного наследа, пересекаемого маршрутом; a_i — длина проекции i-того прямолинейного отрезка на перпендикуляр, проведенный к пересекающему этот отрезок маршруту; β_i — значение угла, под которым маршрут пересекает i-тый прямолинейный отрезок.

В. А. Кузякин (2018) считает, что маршруту ЗМУ соответствует учетная лента шириной, равной средней проекции суточного участка учитываемого вида животных (по всей видимости, надо иметь в виду минимальный выпуклый контур, описанный вокруг линии суточного хода зверя). Мы вынуждены возразить, так как эффективная ширина учетной ленты ЗМУ будет равна средней проекции суточного хода зверя, если на маршруте считать не пересечения следов, а пересечения суточных наследов зверей, и это будет другой вариант ЗМУ. Что касается учета пересечений следов, то ширина учетной ленты может быть такой только в одном гипотетическом случае — когда все суточные наследы зверей представляют собой прямолинейные отрезки, но тогда оба способа учета становятся идентичными друг другу.

Однако вполне возможно утверждение, согласно которому математическое ожидание значения отношения суммарной протяженности следовых линий, приходящихся на одно пересечение, к ширине учетной ленты равно $\pi/2$, может оказаться верным для полосы любой ширины в пределах исследуемой территории.

Во всяком случае, оба утверждения можно проверить экспериментально.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, проведенный эксперимент не выявил нарушений следствий, вытекающих из математической модели ЗМУ, так как само обоснование модели основано

на фундаментальных свойствах евклидовой геометрии. Еще раз наглядно было показано, что коэффициент пропорциональности ЗМУ k является случайной величиной, при этом полностью тождественной случайной величине $1/\omega$. В свою очередь, математическое ожидание случайной величины ω при выполнении указанных ранее начальных условий математической модели ЗМУ равно математическому ожиданию значения синуса угла пересечения линии суточного наследа с линией учетного маршрута, при условии равновероятности такого пересечения под любым углом β в диапазоне от 0 до 2π . Однако равенство математических ожиданий не говорит о полном тождестве случайной величины ω со случайной величиной $\sin\beta$ и, соответственно, случайной величины ω со случайной величиной ω потребует отдельного исследования.

Таким образом, в настоящее время никаких оснований для отказа от практического использования ЗМУ нет. Все возможные несоответствия оценок численности охотничьих животных, определенных методом ЗМУ, с их фактическими значениями следует относить к недостаткам в непосредственной организации проведения этого учета, а не к его математическому обоснованию. Это могут быть несоответствие заложенной сети учетных маршрутов начальным требованиям, определяемым математической моделью ЗМУ, нерепрезентативная выборка суточных наследов зверей, вытропленных на исследуемой территории, различные объективные и субъективные ошибки, допускаемые в ходе учетных работ или при обработке данных учета, и т.п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Кондраменков И. А. Вопросы повышения точности учета охотничьих животных на небольших территориях // Поволж, экол, журн. 2017. № 3. С. 275 - 283.

Кондраменков И. А. Некоторые аспекты теории зимнего маршрутного учета охотничьих животных // Поволж. экол. журн. 2018. № 1. С. 26 - 48.

Кузякин В. А. Результаты моделирования зимнего маршрутного учета // Зимний маршрутный учет охотничьих животных / ЦНИЛ Главохоты РСФСР. М., 1983. С. 193 – 220.

 $\mathit{Кузякин}\ \mathit{B.}\ \mathit{A.}\ \mathsf{Учет}\ \mathsf{численности}\ \mathsf{охотничьих}\ \mathsf{животных}.\ \mathsf{M.}$: Т-во науч. изд. КМК, 2017. 320 с.

Кузякин В. А. Зимний маршрутный учет : проблемы остались // Охотник.ру. М., 2018. URL: https://www.ohotniki.ru/hunting/societys/societys/article/2018/02/03/650422-zimniy-marshrutnyiy-uchet-problemyi-ostalis.html (дата обращения: 03.12.2018).

 $Haymob\ \Pi$. Π . Пути решения проблемы внедрения и применения методик зимнего маршрутного учета охотничьих животных (ЗМУ $-2001-2013\ \text{гг.}$) // Климат, экология, сельское хозяйство Евразии : материалы III междунар. науч.-практ. конф. Иркутск : Изд-во Иркут. гос. с.-х. академии, 2014. С. 236 -244.

Наумов П. П. Проблемы методического обеспечения учета ресурсов охотничьих животных // Климат, экология, сельское хозяйство Евразии : материалы IV междунар. науч. практ. конф. Иркутск : Изд-во Иркут. гос. с.-х. академии, 2015. С. 138 – 144.

Поппер К. Логика и рост научного знания. М.: Прогресс, 1983. 604 с.

Приклонский С. Г. Пересчетный коэффициент для обработки данных зимнего маршрутного учета промысловых зверей по следам // Бюл. МОИП. Отд. биол. 1965. Т. 70, вып. 6. С. 5-12.

И. А. Кондратенков

Цындыжапова С., Кожечкин В. О новой методике зимнего маршрутного учета // Охота и охотничье хозяйство. 2015. № 2. С. 10-13.

Челинцев Н. Г. Математические основы зимнего маршрутного учета // Зимний маршрутный учет охотничьих животных / ЦНИЛ Главохоты РСФСР. М., 1983. С. 158 – 189.

Челинцев Н. Г. Математические основы учета животных / ГУ Центрохотконтроль. М., 2000. 432 с.

A Mathematical Model of Winter Route Counting: Checking for Falsification

Igor A. Kondratenkov, kondri60@mail.ru

Saratov branch of A. N. Severtsov Institute of Ecology and Evolution, Russian Academy of Sciences 24 Rabochaya St., Saratov 410028, Russia

Received 22 December 2018, revised 28 April 2019, accepted 15 May 2019

Kondratenkov I. A. A Mathematical Model of Winter Route Counting: Checking for Falsification. *Povolzhskiy Journal of Ecology*, 2019, no. 4, pp. 432–444 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.35885/1684-7318-2019-4-432-444

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 License

In the course of our model experiment, an attempt was made to falsify (refute) a consequence from the mathematical justification of the winter route counting of hunting animals (WRC) – the consequence of the mathematical expectation of the proportionality coefficient of this counting being equal to $\pi/2$. A simulation was carried out in the MapInfo program. The essence of our digital experiment was as follows: in several places of the model territory, which was a circle 5 km in diameter, daily tracks of animals were placed. Next, a grid of parallel routes oriented along 12 equally spaced directions relative to each other was applied to the model territory. The frequency of the route grid (the distance between parallel routes) for different tracks was chosen so that the total number of all intersections of a single track in all directions was not less than a thousand. In total, 19 electronic daily tracks of various animal species were used, 95 different actual values of the proportionality coefficient were obtained for various locations of the tracks in the model territory, no violations of the above mentioned consequence were found. The results of our experiment made it possible to formulate a corollary arising from the fundamental properties of Euclidean geometry on the directly proportional dependence between the number of intersections between the lines of daily animal tracks and route lines and the product of the total lengths of these lines. The mathematical justification of WRC has once again passed a simulation test, already using the means of geographical information systems and data from satellite navigators. At present, there are no grounds for abandoning the practical use of winter route counting for game animals. All possible discrepancies in the estimates of the numbers of game animals determined by the WRC method with their actual values should be attributed to shortcomings in the direct organization of this counting rather than to its mathematical justification.

Keywords: winter routing, proportionality coefficient, daily beast walk, daily tracks, trace lines.

DOI: https://doi.org/10.35885/1684-7318-2019-4-432-444

И. А. Кондратенков

REFERENCES

Kondratenkov I. A. On increasing the accuracy of hunting animal accounting in small areas. *Povolzhskiy J. of Ecology*, 2017, no. 3, pp. 275–283 (in Russian).

Kondratenkov I. A. Some Aspects of the Theory of Winter Route Accounting of Hunting Animals. *Povolzhskiy J. of Ecology*, 2018, no. 1, pp. 26–48 (in Russian).

Kuzyakin V. A. Results of Modelling Winter Transect Counts. In: *Zimnii marshrutnyi uchet okhotnich'ikh zhivotnykh* [Winter Transect Counts of Game Animals]. Moscow, TsNIL Glavokhoty RSFSR Publ., 1983, pp. 193–220 (in Russian).

Kuzyakin V. A. Accounting for the number of Game Animals. Moscow, KMK Scientific Press, 2017. 320 p. (in Russian).

Kuzyakin V. A. Winter Route Accounting: Problems Remained . *Okhotnik.ru*. Moscow, 2018. Available at: https://www.ohotniki.ru/hunting/societys/societys/article/2018/02/03/650422-zimniy-marshrutnyiy-uchet-problemyi-ostalis.html (accessed 3 December 2018) (in Russian).

Naumov P. P. How to deal with the Problem of the Introduction and Implementation of Techniques of Winter Trip for Hunting Animals (will-2001 – 2013 biennium). *Klimat, ekologiia, sel'skoe khoziaistvo Evrazii: materialy III mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Climate, Ecology, and Agriculture of Eurasia: Materials of III International Scientific-Practical Conference]. Irkutsk, Izdatel'stvo Irkutskoi gosudarstvennoi sel'sko-khoziaistvennoi akademii, 2014, pp. 236–244 (in Russian).

Naumov P. P. Problems of Methodical Support of Resource Accounting of Game Animals. *Klimat, ekologiia, sel'skoe khoziaistvo Evrazii: materialy IV mezhdunadnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Climate, Ecology, and Agriculture of Eurasia: Materials of IV International Scientific-Practical Conference]. Irkutsk, Izdatel'stvo Irkutskoi gosudarstvennoi sel'sko-khoziaistvennoi akademii, 2015, pp. 138–144 (in Russian).

Popper K. *The Logic of Scientific Discovery*. Moscow, Progress Publ., 1983. 604 p. (in Russian).

Priklonsky S. G. The Recalculation Factor for the Processing of Winter Tracking Data for Game Animals by the Tracks. *Bull. of Moscow Society of Naturalists*, *Biological Ser.*, 1965, vol. 70, iss. 6, pp. 5–12 (in Russian).

Tsyndyzhapova S., Kozhechkin V. About the New Method of Winter Route Accounting. *Okhota i okhotnich'e khoziaistvo*, 2015, no. 2, pp. 10–13 (in Russian).

Chelintsev N. G. Mathematical Foundations of Winter Route Accounting. In: *Zimnii marshrutnyi uchet okhotnich'ikh zhivotnykh* [Winter Transect Counts of Game Animals]. Moscow, TsNIL Glavokhoty RSFSR Publ., 1983, pp. 158–189 (in Russian).

Chelintsev N. G. *Matematicheskie osnovy ucheta zhivotnykh* [The Mathematical Basis of Animal Censuses]. Moscow, GU Tsentrokhotkontrol' Publ., 2000, 432 p. (in Russian).